Primeira Prova de Mecânica Estatística – Pós Graduação

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCNE

Nome: ________________________________ Data: ___/___/___ Nota: ____

1) Um ciclo de Carnot é composto pelos seguintes processos:
1→ 2 expansão isotérmica do sistema (T_{12});
2→ 3 expansão adiabática do sistema;
3→ 4 contração isotérmica (T_{34});
4→ 1 contração adiabática.
A temperatura T_{12} é maior que T_{34}. A substância de trabalho é um gás ideal monoatômico. A energia interna é dada por U=3/2nRT e n permanece constante durante cada ciclo. a) Construa um diagrama P×V mostrando o ciclo descrito acima. b) Encontre a eficiência deste ciclo de Carnot. c) Construa um diagrama T×S para esse mesmo ciclo de Carnot e discuta as variações de entropia em cada um dos processos.

2) A entropia de um gás ideal monoatômico é dada por $S=\frac{5}{2}nR+nR\ln\left[\left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{n_0}{n}\right)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$ onde V_0, T_0 e n_0 são constantes e a equação de estado é dada por PV=nRT.
Para esse gás, encontre:
a) a energia interna por mol;
b) o potencial químico;
c) a entalpia;
d) a energia livre de Helmoltz.

3) Um sistema PVT tem uma linha de transição de fase contínua. Essa linha chamada de λ separa duas fases, I e II, do sistema. A capacidade calorífica molar c_p e o coeficiente de expansão térmica α_p são diferentes nas duas fases. Encontre $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{coex}$ da linha λ em termos da temperatura T, do volume molar v, de $\Delta c_p=c_p^I-c_p^{II}$ e $\Delta\alpha_p=\alpha_p^I-\alpha_p^{II}$.

4) No problema do caminho aleatório, num total de N passos, a probabilidade de dar N_1 passos para a direita e N_2 passos para a esquerda é dada pela distribuição binomial,
$W_N(N_1)=\frac{N!}{N_1!N_2!}p^{N_1}q^{N_2}$, com p+q=1 e $N_1+N_2=N$. Veja que $W_N(N_1)$ já está normalizada, ou seja: $\sum_{N_1=0}^{N}W_N(N_1)=\sum_{N_1=0}^{N}\frac{N!}{N_1!(N-N_1)!}p^{N_1}q^{N-N_1}=(p+q)^N=1$.

a) Para $W_N(N_1)$ calcule o valor médio de N_1, isso significa calcular $\langle N_1\rangle=\sum_{N_1=0}^{N}N_1W_N(N_1)$.

b) Calcule a dispersão em relação à média, ou seja, $\langle(\Delta N_1)^2\rangle$ onde $\Delta N_1=N_1-\langle N_1\rangle$.

Lembre-se que $N_1p^{N_1}=p\frac{\partial}{\partial p}(p^{N_1})$ e $(N_1)^2p^{N_1}=\left(p\frac{\partial}{\partial p}\right)^2(p^{N_1})$.

5) Quando N é muito grande, a distribuição binomial $W(N_1)$ tende a exibir um máximo em $N_1=\tilde{N}_1$ e decresce rapidamente conforme nos afastamos de $\tilde{N}_1$. Na região muito próxima a $\tilde{N}_1$ podemos escrever $N_1=\tilde{N}_1+\eta$ com η muito pequeno. Nesse caso, podemos expandir $\ln(W(N_1))$ em uma série de Taylor e encontrar uma forma simples para $W(N_1)$. Mostre que nesse caso $W(N_1)=\tilde{W}e^{-\frac{1}{2}|B_2|\eta^2}$ onde $\tilde{W}=\sqrt{\frac{B_2}{2\pi}}$ e $B_2=-\frac{1}{Npq}$.