



ATIVIDADES DIFERENCIADAS NO ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Laralyze Gomes Figueiró
Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
laralyzegomes@hotmail.com

Dejalmir Chaves de Vargas
Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
dejalmirvargas@hotmail.com

Elieze Carvalho de Oliveira
Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
eliezecarvalho@hotmail.com

Luciana Dalla Nora dos Santos
Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
luciana@jc.iffarroupilha.edu.br

Mara Rubia Machado Couto
Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
mara_rubia@jc.iffarroupilha.edu.br

Resumo

O presente artigo tem como objetivo relatar uma experiência do processo de elaboração de uma sequência didática sobre o Teorema de Pitágoras, realizada nas disciplinas de Laboratório em Educação Matemática I e Projetos Integrados no Ensino de Matemática I no Curso Superior de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos. A proposta de trabalho era de que os acadêmicos construíssem a partir de um conteúdo matemático atividades diferenciadas para aplicação em sala de aula. Assim, o trabalho foi organizado pelas seguintes etapas, primeiramente foi trabalhado o conceito do Teorema de Pitágoras com base na História da Matemática. Posteriormente foram realizadas duas dinâmicas, uma em grupo e a outra individual. Após as dinâmicas, foi aplicado um jogo educativo com a turma. Para finalizar, foi apresentado um vídeo sobre o teorema de Pitágoras com uma demonstração e aplicações do mesmo. Os referenciais teóricos que auxiliaram na construção desta prática foram os estudos de Oliveira (2012) e Pires (2012). Assim, as reflexões decorrentes desta prática possibilitam afirmar que atividades diferenciadas com a utilização de materiais concretos podem auxiliar e muito os professores em seu exercício do magistério. Neste contexto, observa-se que os alunos aprendem melhor Matemática, em especial Geometria através do lúdico, de materiais palpáveis, já que essa área do conhecimento abrange conceitos abstratos.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras; Jogo educativo; História da Matemática.



Introdução

Através deste trabalho, apresentaremos algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras e propostas de atividades para o ensino da matemática. Com essas atividades pretendemos complementar e diversificar a abordagem e os métodos utilizados em sala de aula, a fim de mostrar maneiras diferentes de aprender e ensinar matemática. Além de familiarizar o aluno com o Teorema de Pitágoras através de metodologias diferenciadas, como por exemplo, dinâmicas de grupo e jogos interativos.

Nas atividades realizadas, trabalhou-se o conceito do Teorema de Pitágoras a partir de recursos pedagógicos como História da Matemática e jogos, tendo em vista a importância e necessidade de diversificarem-se os processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula de matemática, conforme enfatizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998).

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução. (BRASIL, 1998, p.42)

Levando-se em conta este enfoque, o trabalho teve como objetivo, construir e aplicar um plano de aula, nas disciplinas de Laboratório em Educação Matemática I e Projetos Integrados no Ensino de Matemática I. O tema escolhido foi “Teorema de Pitágoras”. Com base neste tema, buscamos a compreensão dos conceitos, metodologia e formas de trabalho. Além disso, utilizamos duas dinâmicas, nas quais trabalhamos a aplicação do conceito do Teorema de Pitágoras, juntamente a esta, aplicamos um jogo, no qual teve como objetivo fixar o conteúdo em estudo.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que



exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p.46)

Durante as atividades, buscou-se desenvolver o raciocínio lógico, através da resolução de problemas com base no Teorema de Pitágoras. O nosso propósito foi levar ao aluno o conhecimento sobre o teorema e suas aplicações através de demonstrações, contribuindo assim para o processo de ensino-aprendizagem do mesmo.

Metodologia

Inicialmente foi utilizado o recurso à História da Matemática para introduzir o Teorema de Pitágoras através de slides, seguido de demonstrações e aplicações do mesmo, no quadro, inclusive com exemplos. Para Farago a História da Matemática é importante para que o aluno conheça a origem de cada conteúdo matemático:

A história da matemática constitui um dos capítulos mais interessantes do conhecimento. Permite compreender a origem das ideias que deram forma à nossa cultura e observar também os aspectos humanos do seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas ideias e estudar as circunstâncias em que elas se desenvolveram. Assim, esta história é um valioso instrumento para o ensino-aprendizado da própria matemática. Podemos entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e porque, no fundo, ele sempre era algo natural no seu momento. (FARAGO, 2003, p.17)

Após esse primeiro momento, foi realizado uma dinâmica e um jogo educativo com a turma abrangendo o tema. Para finalizar, apresentamos um vídeo sobre o Teorema de Pitágoras com uma demonstração e aplicações do mesmo. O plano de aula elaborado foi dividido nas seguintes etapas:

1ª Etapa: Contar a história do filósofo Pitágoras e a Escola Pitagórica, seguido da história do Teorema de Pitágoras e o enunciado do mesmo. (PIRES, 2012)

Assim, contamos a história do filósofo desde seu nascimento 580 a.C em Samos, sua peregrinação em busca de conhecimentos e sua imensa vontade de construir uma



escola, o que somente foi possível em Crotona. Portanto, foi em Crotona que fundou a Sociedade de Estudiosos e foi, onde ensinou a sabedoria que havia aprendido em suas viagens. Durante cerca de quarenta anos ele lecionou para os seus discípulos, mas foi posto um fim à sua instituição, devido a uma conspiração e rebelião.

Na Escola de Pitágoras, cada membro era obrigado a passar um período de cinco anos de contemplação. Além disso, os membros tinham tudo em comum e abstinham-se de alimentos de origem animal; acreditavam na doutrina da *metempsychose* (transmigração do corpo por várias almas, considerando que um mesmo corpo receberia várias almas ao longo de sua existência) e tinham uma fé ardente em Pitágoras.

Esta escola durou cerca de mil anos desde sua fundação e dedicava-se a questões espirituais: os pitagóricos acreditavam na imortalidade da alma e na reencarnação. Incluía estudos de Matemática, Astronomia e Música, lhe imprimindo um caráter científico.

A fim de concluir esta parte histórica destacamos a história do Teorema de Pitágoras (COSTA, 2012), apontando que pesquisas realizadas no campo da História da Matemática indicam que mais de 2000 anos antes dos pitagóricos, na Babilônia, no tempo de Hamurabi (c. 1700 a.C.), já se detinha conhecimento de que em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma do quadrado das medidas dos catetos. O mais famoso tablete de argila, encontrado na Babilônia, contém sequências de números correspondentes às “ternas pitagóricas” – denominado *Plimpton 322* – foi utilizado entre 1900 a 1600 antes de Cristo.

Os antigos egípcios utilizavam uma corda com treze nós, igualmente espaçados, de modo a determinar um ângulo reto ou a perpendicular de uma reta. O primeiro homem (A) tinha de segurar no 1º e no 13º nó, o segundo (B) segurava no 4º nó e o terceiro (C) tinha de segurar no 8º nó. Ao afastarem-se e esticarem bem a corda, formava-se um triângulo retângulo.

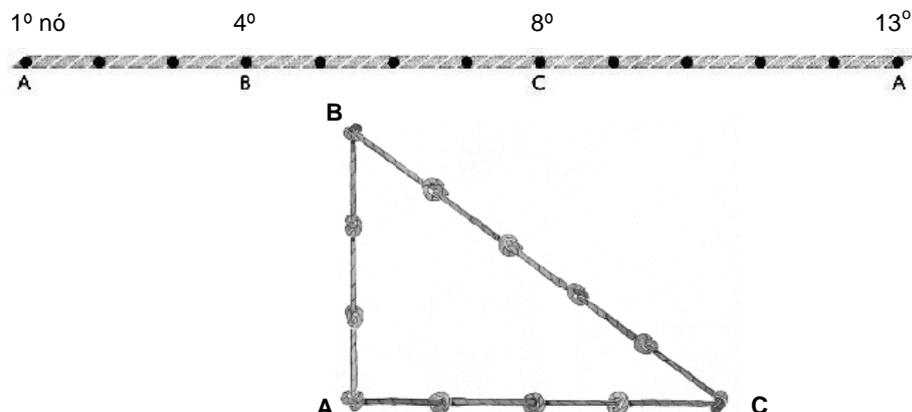


Figura 1 – Modelo da corda de 13 nós empregada pelos antigos egípcios e a formação do triângulo de lados 3, 4, 5

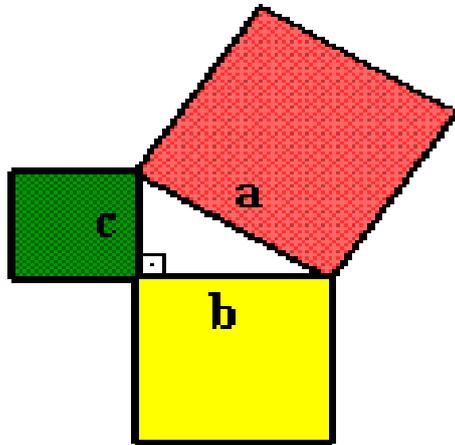
Ao avaliarmos o emprego da corda de treze nós, fica claro que os egípcios também sabiam que um triângulo de lados 3, 4 e 5 possui um ângulo de 90° . No entanto, de acordo com Boyer (1996), acredita-se que a primeira demonstração geral desta relação foi dada por Pitágoras ou um dos seus discípulos, no século VI a.C.

Há uma lenda que conta, que Pitágoras ofereceu aos deuses mil bois como agradecimento, por ter descoberto a demonstração do referido teorema. Este teorema indica que os gregos conseguiram estabelecer uma ligação abstrata entre os números e as figuras, o que representa um importante esforço intelectual. Também prova que tinham aprendido a demonstrar, e não apenas a persuadir, o que representa um considerável salto cognitivo.

Teorema de Pitágoras:

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática. Ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo. O triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, isto é, medindo 90° , sendo que é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizada oposta ao ângulo reto.

Em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.



Catetos: b e c

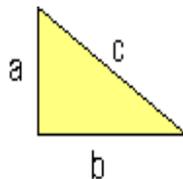
Hipotenusa: a

$$a^2 = b^2 + c^2$$

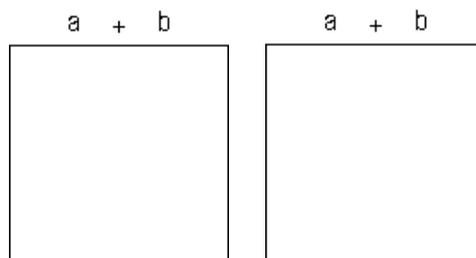
Figura 2 - Forma tradicional da apresentação gráfica do “Teorema de Pitágoras” nos textos didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental.

2ª Etapa: Apresentamos algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras.

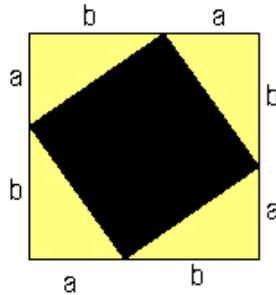
1ª) (PIRES, 2012) Considere-se um triângulo retângulo cujos lados medem, numa dada unidade, **a** e **b**, e a hipotenusa mede **c**.



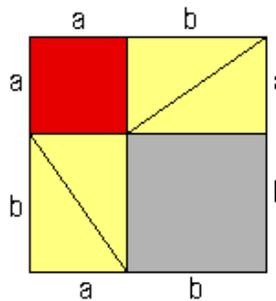
Primeiro constroem-se dois quadrados iguais de lados $a + b$:



Segundo, num dos quadrados constroem-se 4 triângulos da seguinte forma:



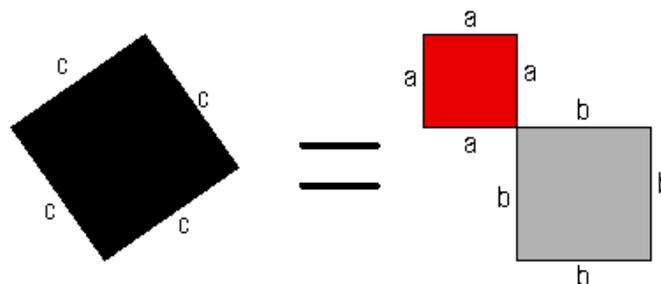
E no outro, 2 quadrados e 4 triângulos, como podes observar na seguinte figura:



Ora, mas em cada figura, o quadrado inicial possui de lado $a + b$, um dos quadrados foi dividido em 4 triângulos e um quadrado com medida de lado igual a c (a medida da hipotenusa do triângulo considerado inicialmente). O outro quadrado foi também dividido em 4 triângulos iguais aos do quadrado anterior.

Ora, se temos dois quadrados iniciais, geometricamente iguais e ambos contêm 4 triângulos geometricamente iguais, ao triângulo retângulo considerado inicialmente, então o que resta num quadrado, tem que ser igual ao que resta no outro.

Ora, se compararmos as áreas dos quadrados que restam temos:

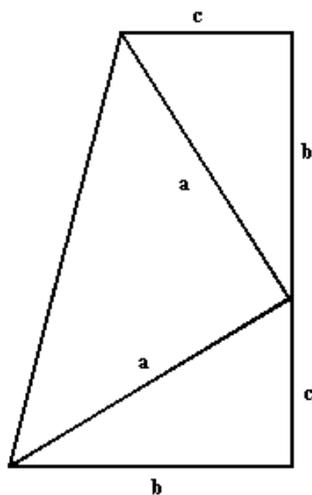




isto é,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

2ª) Esta demonstração foi elaborada por James Abram Garfield, um general que foi eleito presidente dos Estados Unidos por quatro meses (assassinado em 1881). Sua prova foi baseada numa figura, o trapézio, formado por três triângulos retângulos.



área do trapézio = $[(\text{base maior} + \text{base menor}) / 2] \times \text{altura}$

$$\frac{(b + c)}{2} \times (b + c)$$

área do trapézio = soma das áreas dos triângulos



Então:

$$\frac{(b+c)}{2} \times (b+c) = 2 \times \frac{bc}{2} + \frac{a^2}{2}$$

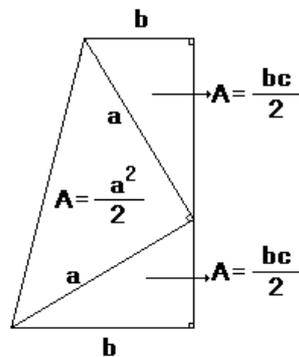
$$(b+c)^2 = 2 \times bc + a^2$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = 2 \times bc + a^2$$

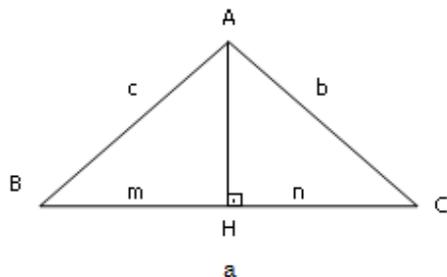
$$b^2 + c^2 = a^2$$

logo

$$a^2 = b^2 + c^2$$

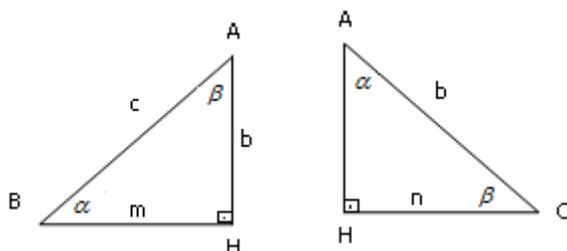


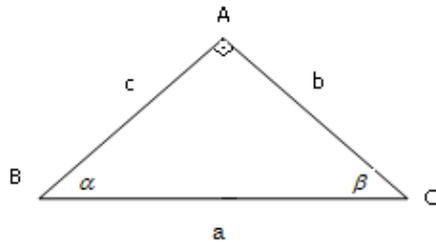
3ª) (OLIVEIRA, 2012) Demonstração por semelhança de triângulos.



Seja dado um triângulo retângulo ABC de cateto b e c e hipotenusa a. A altura AH, relativa à base BC, dividi esse triângulo em dois outros: BHA e CHA.

Como os ângulos agudos de um triângulo retângulo somam 90°, segue os triângulos retângulos ABC, HBA e HAC possuem os mesmos ângulos, logo são semelhantes.





Da semelhança $ABC \sim HBA$ obtemos:

$$BC/BA = BA/BH \Rightarrow a/c = c/m \Rightarrow c^2 = ma$$

Da semelhança $ABC \sim HAC$ obtemos:

$$BC/AC = AC/HC \Rightarrow a/b = b/n \Rightarrow b^2 = na$$

Logo temos:

$$b^2 + c^2 = na + ma$$

$$b^2 + c^2 = (n + m) a$$

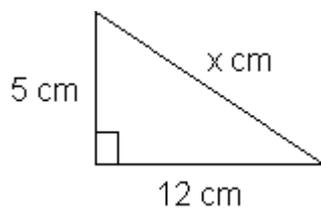
$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

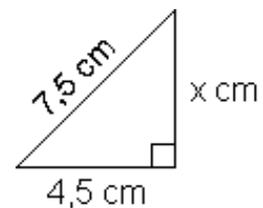
3ª Etapa: No transcorrer das atividades propostas, utilizamos o quadro para demonstrar o conceito do Teorema de Pitágoras. Exemplo:

Calcule o valor de x em cada um dos triângulos retângulos:

a)



b)



Resolução:

a) Aplicando o Teorema de Pitágoras temos:



$$\begin{aligned}x^2 &= 12^2 + 5^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 &= 144 + 25 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 &= 169 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt{169} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= 13\end{aligned}$$

b) Aplicando o Teorema de Pitágoras temos:

$$\begin{aligned}7,5^2 &= 4,5^2 + x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 56,25 &= 20,25 + x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 &= 56,25 - 20,25 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 &= 36 \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt{36} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= 6\end{aligned}$$

4ª Etapa: Foram utilizadas dinâmicas em sala de aula, através de dobradura de papel, a fim de formar triângulos retângulos.

Primeiramente entregamos folhas coloridas para os alunos, em seguida pedimos para que os mesmos dobrem seu papel 2x ao meio, de forma a obter 4 partes do papel. Após foi explicado como obter triângulos retângulos utilizando-se de dobradura de papel a partir das seguintes figuras geométricas: quadrado, círculo, losango e retângulo. Em seguida trabalhamos com:

Dinâmica de triângulos retângulos com palitos

A dinâmica possui 36 palitos de madeira, esses foram divididos em duas partes iguais, que irá formar 6 triângulos cada, utilizando 18 palitos. Primeiramente foi dividida a turma em dois grupos, após foi entregue os palitos aos grupos, onde os mesmos formaram os triângulos retângulos. Depois dos triângulos formados, os alunos mediram os catetos e a hipotenusa, aplicando essas medidas no Teorema de Pitágoras a fim de conferir se aqueles triângulos foram montados corretamente.



Após os grupos concluírem essa etapa, foram trocados os palitos entre os mesmos e foi refeito o processo anterior, obtendo assim o objetivo proposto.

5ª Etapa: Jogo Dominó Pitagórico.

O Dominó Pitagórico possui 28 peças e deve ser jogado com no máximo quatro jogadores. As peças foram embaralhadas e viradas para baixo formando um monte, cada jogador comprou sete peças do monte, não devendo mostrá-las para seus oponentes. O jogador que iniciou foi o que obteve a peça com o resultado de maior valor, a partir daí o jogo prosseguiu no sentido anti-horário. O dominó está dividido ao meio, sendo uma parte o resultado e a outra um triângulo retângulo, porém está faltando a medida da hipotenusa ou um dos catetos, desta forma o aluno deverá resolver para obtê-la.

Após encontrar a medida, o jogador encaixou a peça na outra que se encontra na mesa, se o valor for correspondente, caso não tenha passa a vez e o jogo continua, o vencedor foi quem acabou o dominó primeiro.

Para finalizar foi mostrado um vídeo referente ao tema, no qual, os alunos tiveram a oportunidade de fazer análises entre o conteúdo explanado e a vídeo aula, como uma metodologia diferenciada em sala de aula. Neste momento, acreditamos na importância do trabalho do professor enquanto mediador, fazendo com que os alunos discutam, reflitam e percebam na prática a importância de tal conhecimento matemático.

Considerações Finais

A construção desta atividade em sala de aula nos proporcionou um desafio de buscar formas diferenciadas de trabalhar os conhecimentos matemáticos de uma maneira acessível e que despertasse a atenção dos alunos. Além disso, aprofundamos nossos conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras, assim como o método já usado no antigo Egito para calcular os ângulos retos.

Deste modo, acredita-se que a proposta de trabalho desenvolvida nas disciplinas contribuirá de maneira positiva para um melhor entendimento por parte de



nossos alunos do Teorema de Pitágoras, pois parte da prática e do trabalho coletivo.

Acreditando na importância de se utilizar estratégias e atividades diferenciadas em sala de aula, entendemos que o aluno, além de sentir-se motivado em aprender matemática, estará se beneficiando das metodologias utilizadas pelo professor na assimilação dos conteúdos, auxiliando assim na busca de um melhor resultado na aprendizagem da matemática.

Enfim, o desenvolvimento desta prática no curso de Licenciatura em Matemática possibilitou a oportunidade de preparar e executar uma aula diferenciada, trocar ideias e saberes com os colegas, que só vem a acrescentar em nossa formação acadêmica.

Referências Bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5ª a 8ª séries)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOYER, Carl B.. **História da Matemática (2ª ed.)**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

COSTA, Renata Alves. **O “Teorema de Pitágoras” em livros didáticos de matemática**. Disponível em:

<http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Artigo16.pdf> Acesso em: 08 jun. 2012.

FARAGO, Jorge Luiz. **Do ensino da História da Matemática à sua contextualização para uma aprendizagem significativa**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2003.

OLIVEIRA, Juliane Amaral de. **Teorema de Pitágoras**. Disponível em:

<http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_Juliane.pdf> Acesso em: 08 jun. 2012.

PIRES, Paula. **pitágoras@net**. Disponível em:

<<http://www.prof2000.pt/users/paulap/teorema.html>> Acesso em: 08 jun. 2012.



III EIMAT
Escola de Inverno de
Educação Matemática

1º Encontro Nacional PIBID-Matemática
01 a 03 agosto 2012

The banner features a dark grey background with a white line graph icon on the right. On the left, there is a collage of four small images: a large white dome structure on a green lawn, a view of a building and trees, a view of a body of water, and a view of a cityscape.