

ISSN 2316-7785

## COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA

Fernanda Fatima Ratajczyk Turra<sup>1</sup>  
UTF-PR/UMINHO  
fernanda.no.msn@hotmail.com

### Resumo

Você espera “que os alunos justifiquem o seu raciocínio?” (NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, 2007, p.19). Infelizmente muitos alunos não se sentem interessados pela Matemática, e tampouco se envolvem nas aprendizagens. Um dos motivos para este desinteresse é a memorização de procedimentos sem a sua compreensão. Assim este artigo propõe a comunicação matemática como uma forma de retirar os alunos de sua passividade pondo-os para apresentar suas ideias, raciocínios, conjecturas e com a discussão com a turma refletir, interagir, construir coletivamente e negociar conceitos para que tenham uma aprendizagem compreensiva, significativa e profunda. Apresentamos as vantagens de se estabelecer a comunicação matemática na sala de aula, bem como apontamos ideias sobre como realizar uma aula com vistas à comunicação com um exemplo de tarefa para este fim. Concluimos com base nos estudos, leituras e observação de casos em Portugal que é possível promover a comunicação e que esta é um fator muito importante na Matemática, pois resulta positivamente na aprendizagem dos alunos.

**Palavras-chave:** Comunicação matemática; resolução de problemas, interação.

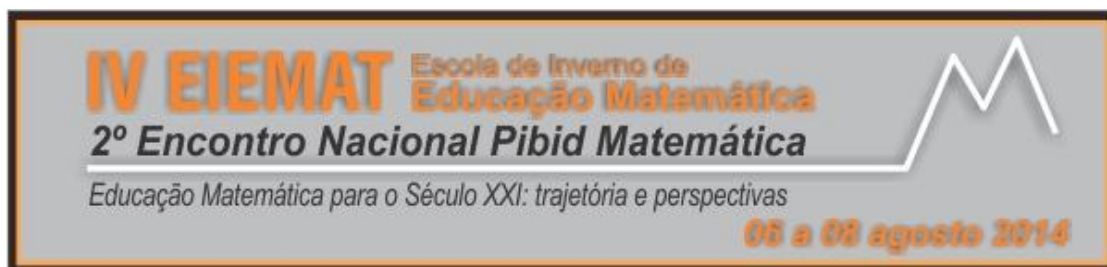
### Introdução

Segundo Gonçalves existe um desinteresse e desmotivação dos alunos frente a Matemática. O NCTM (National Council of Teachers of Mathematics – 2007, p.5) afirma que "muitos alunos não estão a aprender a Matemática de que necessitam ou que se espera que aprendam" e "o insucesso na disciplina atinge índices preocupantes, o número de alunos que não gosta Matemática é crescente" (GONÇALVES, 2000, p. 33).

Devemos procurar meios de superar este insucesso e como "as práticas pedagógicas funcionam como impulsionador ou como um entrave ao sucesso da

---

<sup>1</sup> Cursa Licenciatura em Matemática (2012/2015) na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTF-PR). Atualmente participa do Programa de Licenciaturas Internacionais (PLI) na Universidade do Minho (UMINHO) em Portugal.



Matemática" (GONÇALVES, 2000, p.34), propomos, dentre todas as outras interferências possíveis na prática pedagógica, integrar de maneira mais planejada e reflexiva a comunicação matemática nas aulas, pois conforme aponta Martinho, a comunicação matemática tem sido vista com bons olhos pelos pensadores e educadores matemáticos:

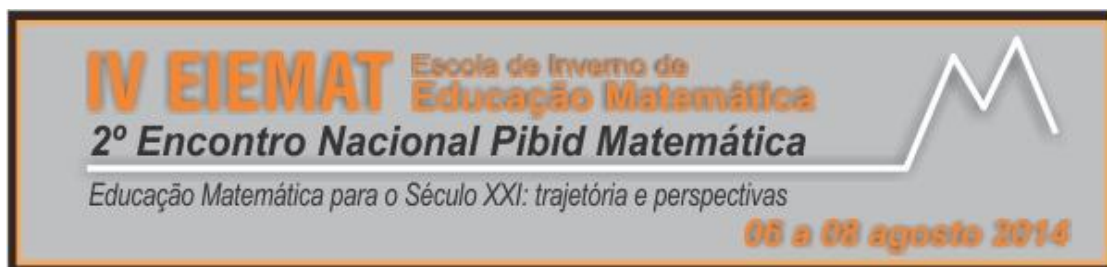
A importância da comunicação, no contexto específico da sala de aula de Matemática e nos vários níveis de ensino, tem sido amplamente reconhecida (e.g., Bishop e Goffree, 1986; NCTM, 1994; Ponte e Santos, 1998; Ponte e Serrazina, 2000; Voigt, 1995; Yackel e Cobb, 1998). A comunicação constitui um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente. ((2) MARTINHO, 2005, p. 2).

Vale ressaltar que a comunicação que aqui propomos, refere-se à mesma apontada por Martinho, a comunicação como interação social, partilha de ideias, argumentação, questionamento e aprendizagem e não a comunicação como simples forma de organização e transmissão de informação, além disso, sabemos que durante uma aula são vários os momentos em que a comunicação está presente. Aqui vamos apontar ideias para um trabalho onde é proposta uma tarefa para os alunos, eles a respondem registrando seus raciocínios, o professor seleciona algumas resoluções para serem apresentadas para toda a turma, há a discussão das resoluções apresentadas de modo que todos compreendam as diversas estratégias, as analisam e comparam tirando as conclusões pertinentes (novos conhecimentos, conexões, aplicabilidades, etc).

### **Comunicação Matemática**

Para comunicar o aluno deve e precisa compreender as ideias matemáticas para que possa explicar aos colegas e ao professor a sua resolução. Também, como afirma o NCTM, a comunicação ajuda os alunos a clarificarem o seu pensamento conseguindo estabelecer conexões entre as ideias matemáticas, relacionando a linguagem informal com a linguagem matemática, inclusive sentindo a necessidade de aprender a linguagem simbólica e abstrata para que possam comunicar com mais clareza.

Os alunos precisam de desenvolver um apreço pela necessidade de definições exactas e pelo poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais, comunicando, primeiramente, através das suas próprias palavras. (NCTM, 2007, p.70).



Ao estimular primeiramente a expressão informal, os alunos se envolvem nas tarefas e com o tempo vão sentir a necessidade da linguagem matemática e assim irão aprimorar os seus argumentos matemáticos e o seu discurso tornar-se-á cada vez mais complexo. A turma também evolui tanto em aspectos cognitivos como participativos. Conforme a prática da comunicação vai se tornando usual, os alunos envolvem-se com mais questionamentos, críticas construtivas, compreensão das estratégias apresentadas pelos colegas, enfim a sala de aula se transforma numa comunidade matemática.

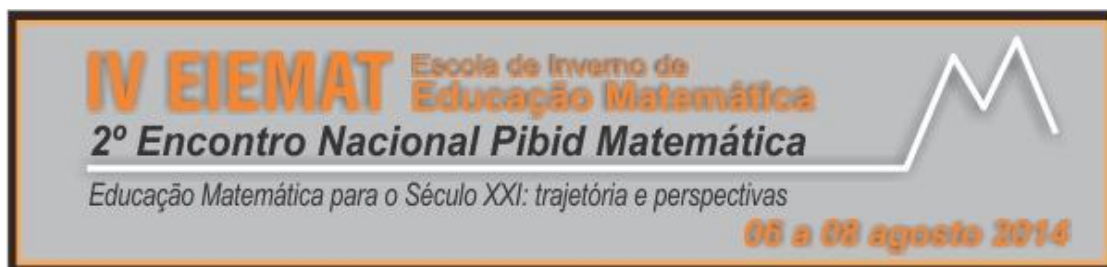
O professor e os alunos têm de negociar os diferentes significados, justificando as suas ideias matemáticas com vista à construção de um significado socialmente partilhado e compreendido por todos. (PONTE, et al 2007, p. 47).

Ou seja, constrói-se coletivamente os conceitos, com compreensão, significado e profundidade.

Mas para que a comunicação aconteça é necessário um ambiente estimulador onde os alunos se sintam encorajados, respeitados, incentivados a questionar, pensar, resolver problemas, discutir ideias, estratégias e soluções, analisar e comparar estratégias, pois "o professor é responsável pela criação de um ambiente intelectual, no qual o raciocínio matemático sério constitui a norma" (NCTM, 2007, p.19) e professor não deve subestimar os alunos, pois assim como afirma o NCTM:

Os alunos estarão mais a vontade para aceitarem riscos, propondo as suas conjecturas, estratégias e soluções, num ambiente em que o professor respeite as suas ideias, quer sejam ou não convencionais, quer sejam ou não válidas. Os professores transmitem este tipo de respeito quando discutem o raciocínio dos alunos, mostrando interesse em compreender as suas abordagens e ideias e obstendo-se de os ridicularizar. Além disso, e não menos importante, os professores devem ensinar os alunos a respeitar e interessar-se pelas ideias dos outros. (NCTM 2007, p.63).

A comunicação é também um importante instrumento para o professor, pois através das apresentações dos alunos é possível identificar progressos e dificuldades dos mesmos, auxiliando o professor nas suas inferências e decisões. Vale salientar que para que a comunicação seja rica "as explicações deveram incluir argumentos e raciocínios matemáticos, e não apenas as descrições ou os resumos de procedimentos efectuados " (YACKEL; COBB, 1996 apud NCTM, 2007, p.318).



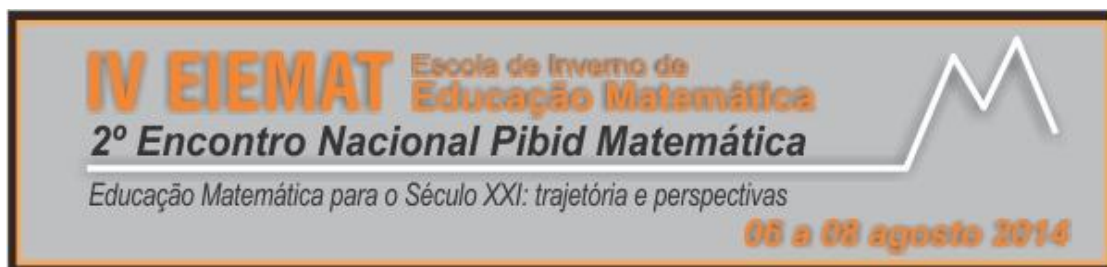
Assim, percebe-se que tarefas que envolvem somente a execução de procedimentos não são aconselhadas para a comunicação. Exercícios ou tarefas com respostas fechadas ou com um único meio de resolução não iram fornecer momentos de discussão tão ricos como poderiam ser.

Os professores devem escolher e construir propostas de actividades que promovam nos alunos o desenvolvimento da compreensão dos conceitos dos processos de uma forma que simultaneamente estimule a capacidade de resolver problemas e de raciocinar e comunicar matematicamente. As boas propostas de actividades são aquelas que não separam o pensamento matemático dos conceitos matemáticos ou aptidões, que despertem a curiosidade dos alunos e os convidam a especular e a prosseguir com as suas intuições. (NCTM, 1994, p.321).

As actividades devem permitir que o aluno explore, formule conjecturas, represente de várias maneiras, faça conexões com outras ideias matemáticas, pensem numa estratégia de resolução criativa, tenha vontade de aprender mais e investigar. Na apresentação para a turma "os alunos devem ser estimulados a explicar o tipo de raciocínio que tiveram para chegar em determinada conclusão ou justificar por que razão o seu modo de abordar o problema é apropriado"(NCTM, 1994, p.318).

### **Aspectos de uma aula comunicativa**

Num contexto de sala de aula o professor deve primordialmente introduzir a tarefa garantindo que todos os alunos a compreenderam e incentivando-os para a sua resolução. É importante que os alunos tenham uma ideia de como começar a resolvê-la, pois "quando os alunos não se interessam pela tarefa ou não a compreendem, o sucesso das suas aprendizagens matemáticas fica comprometido" (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012). Segundo orientação destes mesmos autores, após dá-se um tempo de trabalho autônomo para que os alunos resolvam a tarefa proposta e cabe ao professor os auxiliar sem dar dicas que diminuam o nível cognitivo da tarefa e sem validar as respostas para que os alunos continuem interessados na posterior apresentação das resoluções e discussão. Em seguida há a apresentação das resoluções dos alunos (pelos próprios alunos), onde o professor orienta a discussão incentivando a participação, os



questionamentos, comentários e formulação de conjecturas. Ao final e/ou paralelamente às discussões deve haver uma síntese dos raciocínios, novos conceitos, conexões, enfim, das aprendizagens ocorridas.

Quanto ao professor, Canavarro (2011, p.13), aponta cinco ações necessárias para uma aula comunicativa sendo: Antecipar; Monitorizar; Selecionar; Sequenciar; e Estabelecer conexões.

Na fase da antecipação cabe ao professor selecionar uma tarefa propícia para a comunicação matemática e prever a interpretação e o envolvimento dos alunos apontando as possíveis estratégias utilizadas e dificuldades. Isso permitirá ao professor conhecer e explorar todo o potencial da tarefa.

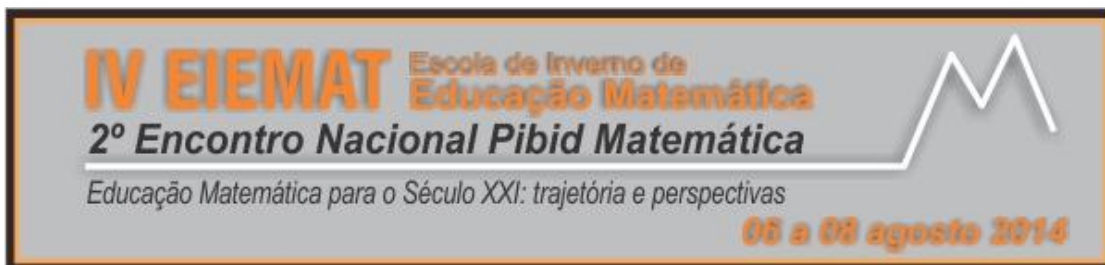
Monitorar corresponde "à apropriação por parte do professor das estratégias e resoluções que os alunos realizam durante o trabalho autónomo com o objectivo de avaliar o seu potencial para a aprendizagem matemática a promover na turma" (CANAVARRO, 2011, p.13) e ao trabalho de circular pela sala observando o trabalho dos alunos, incentivando, sem fornecer a resposta ou validação da tarefa, instigando-os a melhorarem seus argumentos.

Selecionar corresponde a identificar as resoluções que são importantes para partilhar levando em conta as ideias matemáticas que cada uma envolve. Os critérios de escolha são diversos e Canavarro aponta:

Uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas, sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes. (CANAVARRO, 2011, p.13).

A fase da sequenciação ocorre quase que simultaneamente com a sequenciação, pois consiste no fato de decidir a ordem das apresentações de modo a atingir o propósito matemático da aula que pode satisfazer, como aponta Canavarro:

Começar com uma resolução que ajude a tornar a discussão mais acessível a todos os alunos [...] independentemente dessa resolução ser correcta ou incorrecta. A exploração matemática de um erro é muitas vezes muito esclarecedora e enriquecedora [...] caminhar do mais informal para o mais formal no que diz respeito às representações matemáticas utilizadas. [...] o



caminhar progressivamente para as resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar procedimentos. (CANAVARRO, 2011, p.16).

A fase de estabelecer conexões acontece paralelamente às apresentações e ao término desta. Seu propósito é "relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento colectivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos" (CANAVARRO, 2011, p.16) e ainda, negociar conceitos, analisar e comparar as diferentes estratégias apresentadas percebendo as vantagens e desvantagens de cada uma delas, além de estabelecer conexões entre ideias matemáticas.

### Exemplo de tarefa

Supondo que queremos introduzir a ideia de equação.

Com 80 reais comprei duas camisas e três pacotes de meias. A camisa custou 20 reais mais caro do que o pacote de meias, mas ainda assim, sobrou-me 10 reais na carteira. Quanto custou cada camisa? E o pacote de meias?

Os alunos deverão retirar os dados do problema, iniciando por interpretar que se sobraram 10 reais, na verdade foram gastos somente 70 reais. Talvez os alunos iniciem a resolução com tentativa-erro, mas temos também as seguintes hipóteses:

### Hipótese 1

Tabela 1 – Resolução por meio de tabela

<i>Valor das meias</i> <b><math>Vm = 3 \times m</math></b>	<i>Valor das camisas</i> <b><math>Vc = 2 \times (20 + m)</math></b>	<i>Total gasto</i> <b><math>Vm + Vc</math></b>
<b><math>3 \times 1 = 3</math></b>	$2 \times (20 + 1) = 2 \times 21 = 42$	$42 + 3 = 45$
<b><math>3 \times 2 = 6</math></b>	$2 \times (20 + 2) = 2 \times 22 = 44$	$44 + 6 = 50$
<b><math>3 \times 3 = 9</math></b>	$2 \times (20 + 3) = 2 \times 23 = 46$	$46 + 9 = 55$
<b><math>3 \times 4 = 12</math></b>	$2 \times (20 + 4) = 2 \times 24 = 48$	$48 + 12 = 60$
<b><math>3 \times 5 = 15</math></b>	$2 \times (20 + 5) = 2 \times 25 = 50$	$50 + 15 = 65$

$$3 \times 6 = 18$$

$$2 \times (20 + 6) = 2 \times 26 = 52$$

$$52 + 18 = 70$$

Portanto, com análise na tabela podemos concluir que cada pacote de meia custou 6 reais e cada camisa custou 26 reais, pois com estes valores o total gasto equivale a 70 reais.

### Hipótese 2

Transformar o problema em problemas mais simples: Se cada camisa custa 20 reais a mais do que um pacote de meia, se eu retirar 20 reais do valor da camisa, estas e o pacote de meias terão o mesmo valor:

$$c = 20 + m$$

$$c' = 20 + m - 20 \rightarrow c' = m$$

Como subtrai 20 reais do valor da camisa devo subtrair este valor do total gasto e ainda, devemos subtrair duas vezes o 20, pois 70 reais foram gastos na compra de duas camisas, assim temos:

$$2 \times c' + 3 \times m = 70 - 40 \quad \text{Como } c' = m \text{ temos:}$$

$$2 \times m + 3 \times m = 30 \leftrightarrow 5 \times m = 30 \leftrightarrow m = \frac{30}{5} = 6$$

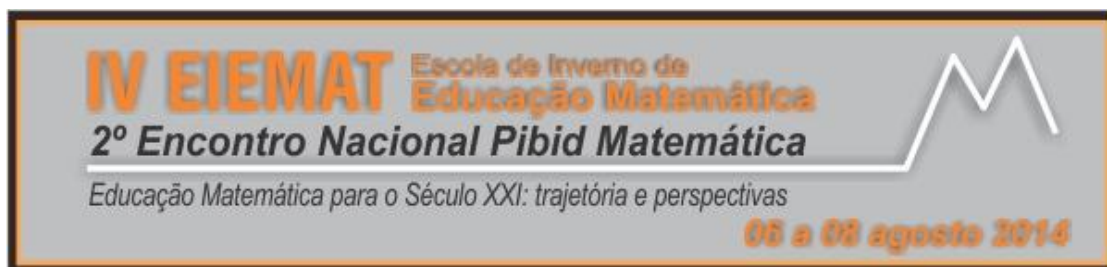
$$c = c' + 20 \rightarrow c = 6 + 20 \leftrightarrow c = 26$$

Logo o valor do pacote de meias é 6 reais e cada camisa custa 26 reais.

### Hipótese 3

Sistema de equações:

$$\begin{cases} Vc + Vm = 70 \\ c = 20 + m \end{cases} = \begin{cases} 2 \times c + 3 \times m = 70 \\ c = 20 + m \end{cases}$$



$$\text{Então, } 2 \times (20 + m) + 3 \times m = 70 \leftrightarrow 40 + 2 \times m + 3 \times m = 70$$

$$40 + 5 \times m = 70 \leftrightarrow 5 \times m = 70 - 40 \leftrightarrow m = \frac{30}{5} = 6$$

$$m = 6 \rightarrow c = 20 + 6 = 26$$

Logo, cada pacote de meia custou 6 reais e cada camisa custou 26 reais.

O professor com esta tarefa antecipa as possíveis hipóteses de resolução, monitora o trabalho dos alunos, seleciona e sequencia a ordem das apresentações de modo a focalizar a aula para o seu objetivo e faz conexões com outras ideias matemáticas (organização e interpretação de tabela, divisão, equação...).

Acredita-se que ao comunicar as suas resoluções os alunos clarifiquem o seu pensamento, discutam com os colegas sobre as estratégias apresentadas de modo a perceber as vantagens de cada uma, por exemplo, com a tabela conseguimos resolver este problema, mas se houvessem mais dados ou até se fosse com valores maiores a tabela tornar-se-ia um processo trabalhoso, o mesmo com a segunda hipótese levantada, mas se o aluno não tem confiança para resolver a questão com o uso de equações vale conhecer, compreender e usar as outras maneiras apresentadas.

## Conclusão

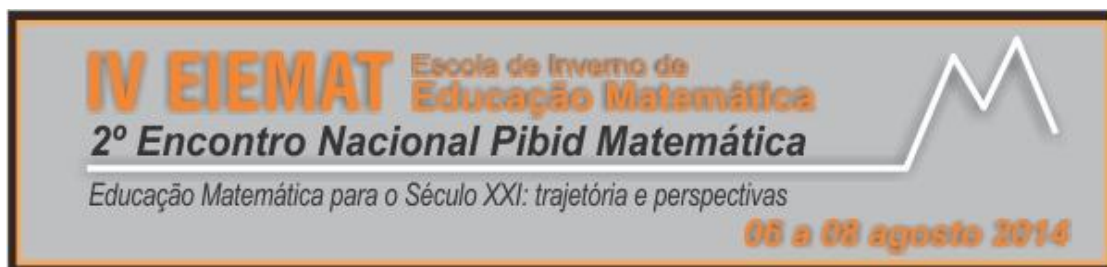
Acreditamos, com base nos estudos aqui apontados, que a comunicação ajuda positivamente os alunos na aprendizagem da Matemática<sup>2</sup>.

A comunicação é uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É uma forma de partilhar ideias e de classificar a compreensão matemática. Através da comunicação as ideias tornam-se objectos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correcção. O processo de comunicação também contribuiu para a construção de significado e para a

---

<sup>2</sup> A atividade apresentada ainda não foi desenvolvida em sala de aula, mas através dos casos observados nos artigos, teses e nos casos multimédia realizados em Portugal, percebe-se uma influência positiva da comunicação Matemática na aprendizagem dos alunos.





consolidação das ideias e, ainda, para a sua divulgação. Quando os alunos são desafiados a pensar e a raciocinar sobre a matemática, e a comunicar as ideias daí resultantes oralmente ou por escrito, aprendem a ser claros e convincentes. Ouvir as explicações de outros permite que os alunos desenvolvam a sua própria compreensão matemática. As conversas, nas quais as ideias matemáticas são exploradas a partir de múltiplas perspectivas, ajudam os participantes a aprimorar o seu pensamento e estabelecer conexões. (NCTM, 2007, p. 66).

Para a implementação deste tipo de metodologia há um longo caminho e desafio a enfrentar de modo a promover, não esporadicamente, a comunicação. Segundo Ponte et al (2007, p.69) os professores "explícita ou implicitamente reconhecem que a comunicação é uma capacidade a desenvolver nos alunos" indicando o questionamento, planeamento do professor, diversificação de situações de aprendizagem e valorização das resoluções dos alunos como formas de atingir esse objetivo.

Há um longo caminho a percorrer e para os que digam que isto é utopia, relembremos aqui as palavras de Reboull (2000, p.16) "a utopia não é o mesmo que nada; num certo sentido, faz parte do real [...] contribui para o mudar", ou seja, ao traçarmos um objetivo, por mais que ele pareça utópico, já é um passo dado, uma vez que nossas ações vão caminhar para ele. Já se o não tivéssemos traçado, os nossos passos seriam sem direção.

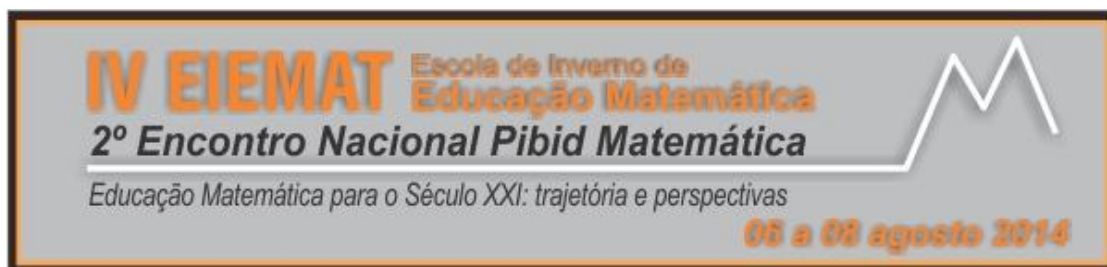
### **Referências bibliográficas**

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H. e MENEZES, L. *Caso 3: Eleição para o delegado de turma. Sintetizando(2012)*. Disponível em <<http://p3m.ie.ul.pt/introducaoao-caso-multimedia2>> Acesso em julho, 2014.

CANAVARRO, A. P. *Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios*.2011.

GONÇALVES, M. J. F. *O insucesso na disciplina de matemática : o contributo das tecnologias de informação e de comunicação para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem da matemática*. Universidade do Porto, 2000.

MARTINHO, M. H., & Ponte, J. P. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. In *Actas do V CIBEM* .Universidade do Porto, 17-22 de Julho de 2005.



(2) MARTINHO, M. H., & Ponte, J. P. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. In *Actas do XVI Seminário de investigação em Educação Matemática* (pp. 273-293). Setúbal: APM.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Tradução portuguesa dos “Principles and Standards for School Mathematics”. Lisboa: APM. 2007.

PONTE, J. P.; GUERREIRO, A.; CUNHO, H.; DUARTE, J.; MARTINHO, H.; MARTINS, C.; MENEZES, L.; MENINO, H.; PINTO, H.; SANTOS, L.; VARANDAS, J. M.; VEIA, L. e VISEU, F. A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, pp. 39-74, CIEd - Universidade do Minho, 2007.

REBOULL, O. *A Filosofia da Educação* (A. Rocha, Trad.). Lisboa: Edições 70. 2000.