IV EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
2º Encontro Nacional Pibid Matemática
Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas
06 a 08 agosto 2014

ISSN 2316-7785

CAMPO CONCEITUAL E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DO CONCEITO DE FUNÇÃO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jéssica Goulart da Silva
Universidade Federal do Pampa
jessicagoulartdasilva@gmail.com

Daiane de Almeida Brazeiro de Matos
Universidade Federal do Pampa
daianebrazeiro@yahoo.com.br

Deise Pedroso Maggio
Universidade Fedral do Pampa
deisemaggio@unipampa.edu.br

Resumo

Este artigo visa apresentar a análise de livros didáticos de Matemática utilizados por professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. Os resultados apresentados fazem parte de uma pesquisa de iniciação científica que visa compreender os planejamentos de ensino do conceito de função organizados por professores da Educação Básica. Para analisar as atividades dos livros didáticos selecionados para a pesquisa, recorremos à critérios de análise definidos *a priori*: noções do campo conceitual de função, tratamentos e conversões de representações semióticas desse conceito, com base nas seguintes teorias cognitivistas e da aprendizagem: Registros de Representação Semiótica e Campos Conceituais; um questionário com base nos pressupostos da pesquisa qualitativa de Lüdke & André (1986). Os resultados apontaram que, as atividades exigem a mobilização de noções do campo conceitual de função tais como: regularidade no 6º ano, proporção no 7º ano, generalização no 8º ano e lei de formação no 9º ano; atividades de tratamento no 6º e 7º ano e; atividades de conversão em um único sentido são privilegiadas no 8º e 9º ano: língua natural $\rightarrow$ algébrico; língua natural $\rightarrow$ numérico e figural $\rightarrow$ numérico. Este fato pode estar associado às exigências do desenvolvimento das competências cognitivas presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2011): nesse guia há uma preocupação explicita com a percepção de regularidades no campo da álgebra, por exemplo; e não há uma preocupação de forma explícita com a heterogeneidade dos dois sentidos da conversão, embora haja uma preocupação com as diferentes formas de linguagem matemática.

Palavras-chave: Função; Livro didático; Campo conceitual; Representações semióticas.

Introdução

Este artigo visa apresentar alguns dos resultados de uma pesquisa - desenvolvida junto à Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Campus Itaqui/RS - atrelada a um projeto de pesquisa de iniciação científica que visa investigar como os professores de Matemática da Educação Básica desse município organizam os planejamentos de ensino do conceito de função.

O conceito de função é importante para o campo da Matemática, uma vez que é utilizado no estudo das leis que descrevem as regularidades de fenômenos diversos, como os naturais, segundo Caraça (2003). Esse conceito é exigido significativamente em avaliações externas da Educação Básica tais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB); bem como em componentes curriculares do Ensino Superior: nas disciplinas de Cálculo, em que a compreensão de conceitos tais como limite, derivada e integral implica na aquisição global do conceito de função.

Desse modo, neste artigo objetivamos apresentar a análise da abordagem do conceito de função em duas coleções de livros didáticos, dos anos finais do Ensino Fundamental, mais utilizadas por esses professores. Essa decisão se deu em virtude da constatação de que o livro didático é o recurso mais utilizado na elaboração de planejamentos de ensino. Para tanto, buscamos subsídios nas seguintes teorias cognitivistas e da aprendizagem: *Registros de Representação Semiótica* de Raymound Duval e *Campos Conceituais* de Gérard Vergnaud.

Na sequência apresentaremos os conceitos principais dessas teorias que sustentaram nossa investigação; os procedimentos metodológicos de natureza qualitativa e; algumas ponderações finais acerca da análise comparativa entre as duas coleções de livros e; das competências cognitivas apontadas por essas teorias e pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Registros de representação semiótica e campo conceitual do conceito de função

A comunicação em matemática se estabelece a partir de representações, uma vez que os objetos matemáticos não são acessíveis perceptivamente. Segundo Duval (1993 apud DAMM, 2012), são necessárias diversas representações para a apreensão desse objeto. Segundo o autor, a apreensão de um objeto matemático se dá quando a *noesis* (conceitualização) ocorre através de significativas *semiosis* (representações).

Para compreender o processo de apreensão dos objetos matemáticos é necessário o entendimento de representações. Duval (1993 apud DAMM, 2012) destaca três noções de representação: representação subjetiva e mental (crenças e explicações do sujeito); representação interna e computacional (execução de tarefas não conscientes do sujeito) e; representação semiótica (é algo externo e consciente do sujeito e se refere a um sistema particular de signos: língua natural, expressão algébrica, gráfico cartesiano, por exemplo).

Essas representações têm papéis distintos: a representação mental tem função de objetivação; a representação computacional de tratamento e; a representação semiótica de objetivação, expressão e tratamento, segundo Duval (1993 apud DAMM, 2012). O autor destaca que as representações semióticas são intencionais, o que é essencial para aprendizagem humana. As representações semióticas são definidas como "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento" (DUVAL, 1993, p. 39 apud DAMM, 2012, p. 176).

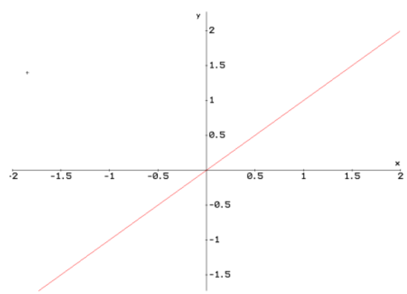
Para apreensão de um objeto matemático é necessária à mobilização de suas distintas representações semióticas. Duval (2003) classifica as diferentes representações semióticas em registros: registros multifuncionais, em que os tratamentos não são algoritmizáveis (língua natural e figuras geométricas) e; registros monofuncionais, em que os tratamentos são algoritmizáveis (escrita numérica, escrita algébrica, escrita simbólica e gráficos). Contudo, a apreensão dos objetos matemáticos exige, sobretudo, coordenação de suas diferentes representações semióticas, isto é, tarefas de conversão em seus dois sentidos.

Segundo Duval (2003), existem dois tipos de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão. Tratamento é a transformação no interior de um registro, em que cada tratamento possui determinado custo cognitivo. Conversão é a transformação entre registros. O autor considera que, do ponto de vista cognitivo, tarefas de conversão em seus dois sentidos são mais relevantes para a aprendizagem em Matemática e; do ponto de vista matemático, os tratamentos são mais relevantes.

O conceito de função possui representações semióticas, tratamentos e conversões próprias, conforme destacados na tabela 1.

Tabela 1 - Representações semióticas de função

<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS</th></tr>
<tr><td>Registro da língua natural
Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; y é função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \mapsto f(x)$ (CARAÇA, 2003, p. 121).</td><td rowspan="2">Registro gráfico

<u>Gráfico cartesiano</u>

<u>Tabela</u>
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0,5</td><td>0,5</td></tr><tr><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>$-\frac{1}{4}$</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Registro dos sistemas de escrita

<u>Simbólico</u> (línguas formais)
$f: A \rightarrow B$, $x \mapsto f(x)$, $f(x) = y$ ou $y = f(x)$

<u>Algébrico</u>
$y = x$

<u>Numérico</u> (natural, inteiro, racional, irracional)
$f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$</td></tr>
</table>

Fonte: Maggio (2011, p. 54), com base em Duval (2003).

Articular esses diferentes registros de representação semiótica, em tarefas de tratamento e principalmente de conversão em seus dois sentidos não é suficiente para a compreensão global do conceito de função. Também, é imprescindível a significação das situações de aprendizagem pelos sujeitos que apreendem, conforme acredita Vergnaud (1996), autor da teoria dos Campos Conceituais.

Conforme Vergnaud (1996), o processo de conceitualização implica em uma relação conceitual (campos conceituais). Campo conceitual é um conjunto de situações. Essas situações ou conjunto de situações dão sentido ao conceito (referente) e determinam os processos cognitivos. Cada situação envolve um conjunto de invariantes (significado). E cada conjunto de invariantes pode ser representado de diferentes formas (significante).

O campo conceitual de função (referente) envolve as seguintes noções (invariantes/significados): padrão, sequência, regularidade, proporcionalidade, dependência, generalização e variável, conforme Tinoco (2009). No Ensino Fundamental essas noções podem ser abordadas em diferentes formas (significante) e em níveis de complexidade diferentes visando explorar noções de função desde cedo; o que possibilita tornar o processo de abstração menos problemático no Ensino Médio e Ensino Superior (Cálculo).

Dessa maneira, uma aprendizagem significativa do conceito de função implica uma articulação das diferentes representações semióticas dos seus invariantes em situações de aprendizagem distintas, como se nota no esquema abaixo.

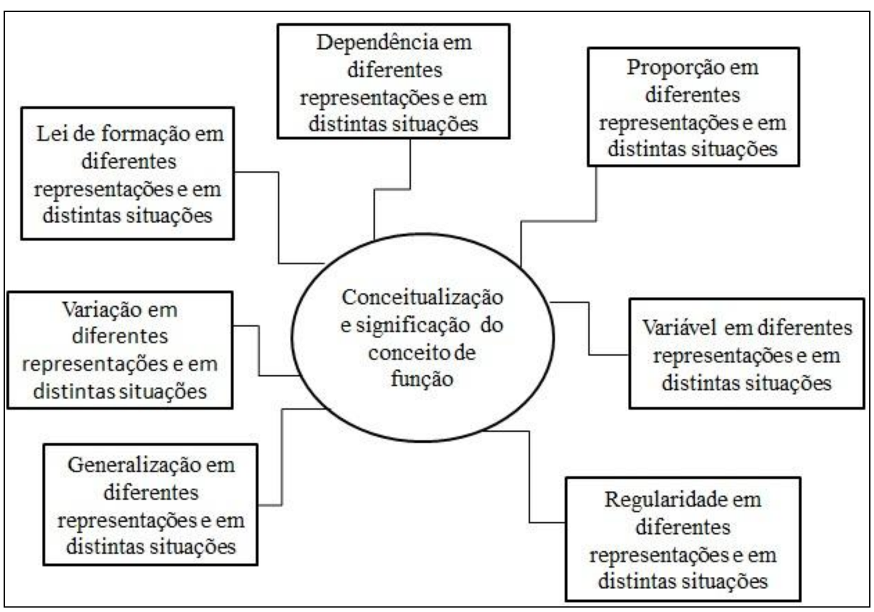


Figura 1 – Organizada por nós, com base em Vergnaud (1996).

Contexto da pesquisa

Para atingir nosso objetivo, inicialmente elaboramos um questionário, composto por questões abertas e fechadas, com base nas ideias de Lüdke & André (1986) sobre pesquisa qualitativa em educação, visando identificar: os recursos utilizados pelos professores da Educação Básica de Itaqui na organização de planejamentos de ensino de função; critérios usados na seleção dos recursos; noções e representações utilizadas para explorar função.

O questionário foi respondido por 22 professores. Posteriormente, analisamos duas coleções de livros didáticos de Matemática - identificadas, por meio do questionário, como sendo as mais utilizadas pelos professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental: Praticando Matemática (coleção 1)[1] e Tudo é Matemática (coleção 2)[2]. Cabe destacar, que 21 professores responderam que utilizam o livro como principal recurso didático.

A análise foi realizada com base em três critérios definidos *a priori:* noções do campo conceitual de função; tratamentos e conversões enfatizados; sustentados pelas teorias supracitadas. Investigamos as atividades propostas, pois os professores alegam, no questionário, que o motivo de escolha dessas coleções são as atividades; não esquecendo o manual do professor, onde as intencionalidades dos autores são mais explicitadas.

Resultados e discussões

Comparando as coleções de livros didáticos constatamos as seguintes semelhanças: a noção de regularidade é enfatizada no 6°ano; proporção é destacada no 7° ano e; lei de formação no 9º ano, em ambas as coleções. No 8º ano, a noção de generalização é a mais enfatizada nas coleções; porém na coleção 1 há algumas atividades em que essa noção aparece seguida de regularidade.

---

[1] ANDRINI, Á.. *Praticando Matemática.* São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

[2] DANTE, L. R. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Ática, 2011.

No 6°ano, atividades envolvendo sequências numéricas (regularidade) são bastante exploradas nas duas coleções, conforme se nota na figura a seguir.

5 Descubra os números que estão faltando:

a)	9	15	21	27	33	39	45
b)	69	68	66	63	59	54	48

Figura 2 – Atividade da coleção 1.

No 7° ano, atividades como a da figura 3, que exigem a mobilização da noção de proporção, são exploradas nas duas coleções.

43 Paulão e Vicente tiveram o mesmo aproveitamento em uma partida de basquete. Paulão arremessou 20 bolas e acertou 12. Vicente arremessou 25 bolas. Quantos arremessos ele acertou?

Figura 3 – Atividade da coleção 2.

No 8° ano, atividades como a da figura 4, que exigem noção de generalização da expressão algébrica, são mais enfatizadas.

31 Um reservatório já está com **200 ℓ de água**. Se for aberta uma torneira que despeja 25 ℓ de água por minuto, responda:

Qual é a expressão algébrica que representa o número de litros de água no reservatório após **x** minutos com a torneira aberta?

Figura 4 – Atividade da coleção 2

No 9° ano, a lei de formação é a noção mais explorada em atividades como apresentada na figura 5, nas duas coleções. Vale destacar, que nesse nível de ensino há uma unidade que trabalha especificamente o conceito de função.

16 O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,60, responda:

Qual é o valor V a pagar numa corrida de *n* quilômetros? $V = 3{,}50 + 0{,}60 \cdot n$

Figura 5 – Atividade da coleção 1.

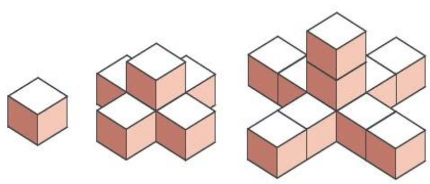
Posteriormente iniciamos a análise com base nos outros dois critérios, considerando somente atividades que exigem as noções do campo conceitual de função.

Com relação às tarefas de tratamento e conversão, também constatamos similaridades ao confrontar as coleções de livros didáticos. O tratamento numérico é enfatizado no 6°ano e o tratamento algébrico é enfocado no 7º ano, nas duas coleções. No 8° e 9° ano, tratamentos são menos exigidos.

As tarefas de conversão no 6º ano têm em comum o registro de chegada: na coleção 1 são enfatizadas as conversões no sentido figural$\rightarrow$numérico e na coleção 2 no sentido língua natural$\rightarrow$numérico; já no 7º, 8º e 9º ano são destacas as conversões no sentido língua natural$\rightarrow$algébrico.

No 6° ano, atividades como as apresentadas na figura 6 e 7, exigem tratamento numérico, em ambas as coleções. Entretanto, o registro de partida que prevalece em cada coleção é diferente, como pode ser verificado nas atividades da coleção 1 (representação figural) e coleção 2 (língua natural).

20 Usando cubos podemos fazer as seguintes construções:



Na primeira usamos 1 cubo; na segunda, 6 cubos; e na terceira, 11 cubos.

- Quantos cubos usaremos na oitava construção? 36 cubos. A sequência é 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36.

Figura 6 – Atividade da coleção 1.

12 Escreva em seu caderno:

a) uma sequência com três números pares consecutivos maiores do que 100 e menores do que 110;

b) uma sequência com cinco números ímpares consecutivos maiores do que 500 e menores do que 510;

c) a sequência formada pelos números pares de 18 até 28;

d) a sequência formada pelos números ímpares entre 45 e 61;

e) a sequência formada pelos números naturais menores do que 10;

f) a sequência formada pelos números naturais pares menores do que 10.

Figura 7 – Atividade da coleção 2.

No 7° ano, atividades como a da figura 8 demandam a mobilização do tratamento algébrico a partir de uma conversão em que o registro de partida é a língua natural, em ambas as coleções.

8 Num jardim há cravos e rosas na razão de 8 para 11. Há 88 rosas. Descubra qual é o número de cravos existentes no jardim. 64 cravos; $\frac{8}{11} = \frac{x}{88}$

Figura 8 – Atividade da coleção 1.

Cabe ressaltar, que o cálculo algébrico é intensificado quando se trata da noção de proporção, em razão dos autores das coleções enfatizarem a regra de três.

No 8º ano, a coleção 2, em razão de a generalização ser empreendida, tratamentos são menos pedidos e as seguintes conversões são exigidas: língua natural $\rightarrow$ algébrico, conforme a figura 9.

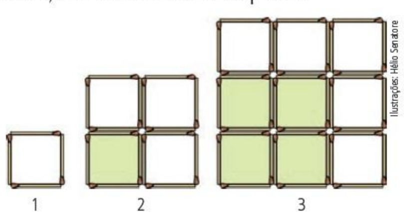
57 Uma danceteria cobra R$ 5,00 o ingresso e R$ 2,00 o refrigerante.

Exprima, matematicamente, o valor da conta y num consumo de x refrigerantes. $y = 2x + 5$

Figura 9- Atividade da coleção 1

Porém, na coleção 1 há tarefas que exigem a generalização a partir da regularidade (sequências numéricas ou geométricas), conforme a figura 10.

38 Rosângela está construindo quadrados com palitos de fósforo adicionando "quadradinhos" aos quadrados já construídos, formando uma sequência, de acordo com o esquema:



a) Rosângela terminou de construir o quadrado de número 29. Qual é o número de "quadradinhos" que Rosângela precisa adicionar a esse quadrado para obter o quadrado de número 30? 59 quadradinhos

b) Escreva uma expressão que represente o número de "quadradinhos" de cada figura. n^2

Figura 10- Atividade da coleção 1

No 9° ano, nas duas coleções, tarefas como a da figura 11 exigem a lei da formação.

55 Uma firma que conserta vazamentos em torneiras cobra uma taxa fixa de R$ 20,00 pela visita mais R$ 30,00 por hora de mão de obra. Escreva uma fórmula que indique a quantia a pagar (**Q**) se o número de horas de mão de obra for **h**.

Figura 11- Atividade da coleção 2.

De forma geral, observamos nas duas coleções, uma preocupação dos autores com noções do campo conceitual de função ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental. Fato esse pode estar associado ao entendimento de Brasil (2010)[3] sobre competência cognitiva para a aprendizagem em Matemática: conexão entre os campos da Matemática; percepção de regularidades para criar modelos simbólicos e; uso da linguagem algébrica na expressão de generalizações.

Cabe ressaltar, que, no questionário, os professores em sua maioria (17 professores), afirmam não abordar a noção de regularidade na exploração do conceito de função no Ensino Fundamental. Por outro lado, afirmam que as atividades propostas determinarm a escolha do livro.

Verificamos que tarefas de tratamento são enfatizadas no 6º e 7º ano e tarefas de conversão em um único sentido no 8º e 9º ano. A língua natural é muito utilizada nos enunciados, porém observamos que são raras as atividades que exigem uma resposta nesse registro. O que para Duval (1993 apud DAMM, 2012) é preocupante, pois cognitivamente a conversão em ambos os sentidos é que garante a apreensão dos conceitos matemáticos e essa coordenação não é espontânea do sujeito, cabendo ao professor propor situações de aprendizagem que privilegiem isso.

Ponderações finais

A noção de competência cognitiva é entendida de forma diferente por Brasil (2010), Duval (2003) e Vergnaud (1996). Para Duval (2003), a apreensão de um conceito matemático se dá pela articulação de diferentes representações semióticas, especialmente em tarefas de conversão em seus dois sentidos. Para Vergnaud (1996), isso não é suficiente

[3] Guia que apresenta as resenhas das coleções aprovados no PNLD/2011.

para aprender um conceito globalmente, é necessário situações de aprendizagem com contextos significativos.

Portanto, sendo Brasil (2010) um documento “regulador” dos livros didáticos, que, por sua vez, embasam a organização de planejamentos de ensino, seria conveniente constar explicitamente, em seus critérios de avaliação, a conversão, em seus dois sentidos, das representações semióticas das noções algébricas, embora sejam destacadas a noção de regularidade e as diversas formas de linguagem matemática.

Referências bibliográficas

BRASIL. *Guia de livros didáticos:* PNLD 2011 - Matemática - Anos finais do Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educão, Secretaria de Educação Básica, 2010.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Portugal: Gradativa, 2003.

DAMM, R. F. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. de A. (Org.). *Educação Matemática:* Uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2012, p. 167-188.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. de A. (Org.). *Aprendizagem em matemática:* Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAGGIO, D. P. *Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos Registros de Representação Semiótica.* Dissertação de Mestrado em Educação nas Ciências – UNIJUÍ, Ijuí, 2011.

TINOCO, L. *Construindo o conceito de função*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, UFRJ, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. In: BRUN, Jean. *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1996. p. 155-191.